Sommersemester 2010

H. Donder, A. Fackler, P. Garcia

Analysis II Tutorium

Blatt 5

Aufgabe 5.1.

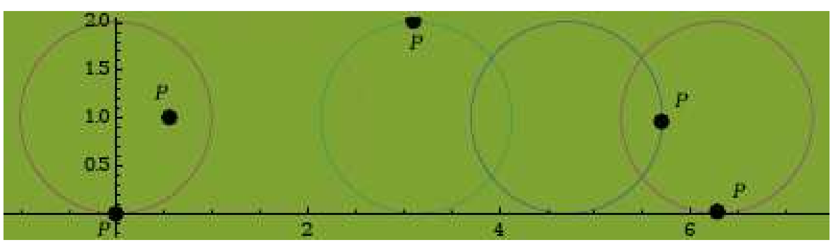
Sei $A := \{(x, y) \in \mathbb{C} | \frac{1}{2} \leqslant (x^2 + 3y^2)e^{1+x^2+y^2} \leqslant 2\}$ und $f: A \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(z) = \frac{1}{|z|}$.

Zeigen Sie, dass f ein maximum Wert in A nimmt.

Aufgabe 5.2. Sei $n \in \mathbb{N}$, $a_{2n+1}, \ldots, a_0 \in \mathbb{R}$, $a_{2n+1} \neq 0$ und $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ die Funktion $f(x, y) := (x+y)^{2n+1}a_{2n+1} + \ldots + (x+y)a_1 + a_0$.

Zeigen Sie, dass f eine Nullstelle besitzt.

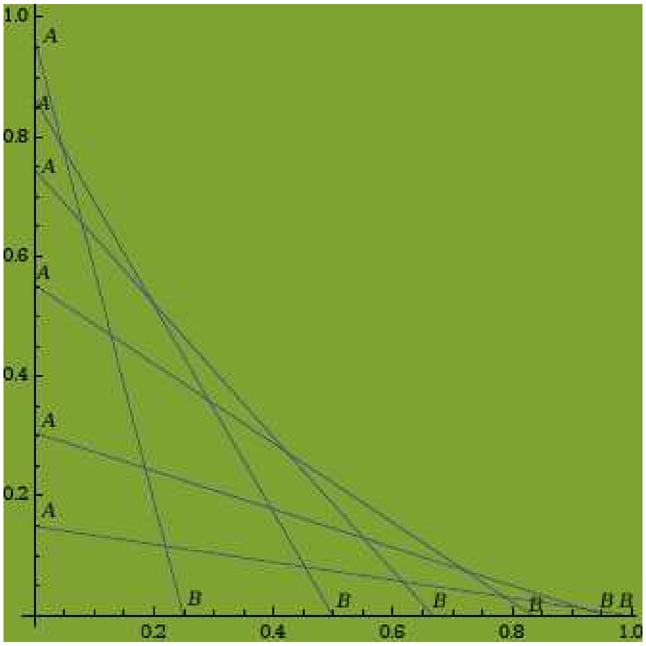
Aufgabe 5.3. Sei C der Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt $(0, 1)$ und sei P der Punkt in C der auf $(0, 0)$ liegt. Nehmen wir an, C rollt von 0 bis 2π (Siehe Figur). Dann, der auf dem Kreis ligende Punkt P bewegt sich auf einem Weg K.



(1). Skizzieren Sie K.

(2). Was ist die Länge von K?

Aufgabe 5.4. Nehmen wir an, das Segment $\overline{\mathrm{AB}}$ mit Extremen A und B und Länge 1 liegt auf der y Achse: A liegt auf der Punkt $(0, 1)$ und B liegt auf der Punkt $(0, 0)$. Sei Q ein beliebiger Punkt in $\overline{\mathrm{AB}}$ zwischen A und B. Rutschen wir dem Segment $\overline{\mathrm{AB}}$ auf die y- und x-Achsen im ersten Quadrant, so dass A immer auf der y-Achse liegt und B immer auf der x-Achse liegt (siehe Figur). Rutschen wir $\overline{\mathrm{AB}}$ in dieser Art, bis $\overline{\mathrm{AB}}$ auf der x-Achse liegt: mit A auf der Punkt $(0, 0)$ und B auf der Punkt $(1, 0)$.



Es sei $L(Q)$ die von Q gelaufenen Weg.

(1). Skizzieren Sie $L(Q)$.

(2). Nehmen wir an, dass $b = a$. Was is die Länge von $L(Q)$?