

---

**Maß- und Integralrechnung**  
**Tutoriumsblatt 12**

---

**Aufgabe 1:**

Sei  $f \in L^1_{\mathbb{C}}(\mathbb{R}^d)$ ,  $f_a(x) := f(x + a)$ ,  $a \in \mathbb{R}^d$  (Translation) und  $(M_r f)(x) := r^d f(rx)$ ,  $r > 0$  (Dilation). Zeigen Sie:

(a)  $\widehat{f_a}(t) = e^{ia \cdot t} \widehat{f}(t)$

(b)  $\widehat{(M_r f)}(t) = \widehat{f}\left(\frac{t}{r}\right)$

(c)  $\widehat{(e^{-ia \cdot x} f)}(t) = (\widehat{f})_a(t)$

**Aufgabe 2:**

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(t) := \begin{cases} 1, & |t| \leq 1, \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$ . Desweiteren ist die *Spaltfunktion* definiert

als

$$\text{sinc } x := \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie:

$$\widehat{f}(t) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 \text{sinc } t.$$