

Analysis einer Veränderlichen — Präsenzaufgaben 8

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen

$$(1 + 3i)\left(\frac{1}{2} + 8i\right), \quad \frac{1 + 3i}{\frac{1}{2} + 8i}, \quad (2 + 3i)^{-1}$$

Aufgabe 2:

Zeigen Sie $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ist stetig, genau dann wenn $\Re(f), \Im(f)$ stetig.

Aufgabe 3:

Seien $p, q \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass

$$x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \left(= \frac{p}{2} \pm i\sqrt{q - \frac{p^2}{4}} \right)$$

Nullstellen von $x^2 + px + q$ sind.

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass

- (a) $x \mapsto \frac{1}{x}$ ist glm. stetig auf $[1, \infty)$
- (b) $x \mapsto x^2$ ist glm. stetig auf $[0, k]$ für $k \in \mathbb{N}$.
- (c) $x \mapsto x^2$ ist nicht glm. stetig auf $[0, \infty)$.
- (d) $x \mapsto \sqrt{x}$ ist glm. stetig auf $[0, \infty)$.

Aufgabe 5:

Zeigen Sie, dass es ein $x \in (0, \infty)$ gibt, dass die Gleichung $(1 + x^2)\sqrt{x} = 1$ eine Lösung hat.