

## Analysis einer Veränderlichen — Übungsblatt 10

**Aufgabe 1:** (2+1) Punkte

- (a) Berechnen Sie die Ableitung von  $\log(x)$ , für  $x \in (0, \infty)$ .
- (b) Berechnen Sie die Gleichung der Tangente von  $\log(x)$  im Punkt  $x = e$ .

**Aufgabe 2:** (2+2) Punkte

- (a) Es sei  $\alpha \in \mathbb{R}$ , berechnen Sie die Ableitung von  $x \mapsto x^\alpha$  für  $x \in (0, \infty)$ .
- (b) Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist die Abbildung  $x \mapsto |x|^\alpha$  in 0 differenzierbar?

**Aufgabe 3:** (2+2+1+1+2) Punkte

- (a) Zeigen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ .
- (b) Berechnen Sie die Ableitung von  $\sin(x)$  für  $x \in \mathbb{R}$ .
- (c) Berechnen Sie die Ableitung von  $\cos(x)$  für  $x \in \mathbb{R}$ .
- (d) Berechnen Sie die Ableitung von  $\tan(x)$  für  $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .
- (e) Berechnen Sie die Ableitung von  $\arctan(x) := \tan^{-1}(x)$  für  $x \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 4:** (2+1+2) Punkte

Sei  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , wobei  $f(x) = x^x$ , für  $x > 0$  und  $f(0) = 1$ .

- (a) Berechnen Sie  $f'(x)$  für  $x > 0$ .
- (b) Zeigen Sie,  $f$  ist stetig in  $[0, \infty)$
- (c) Zeigen Sie,  $f$  ist nicht differenzierbar in 0.