

GPS - Mathematik als Werkzeug für die Satelliten-Geodäsie

Claire Steinmayr

LMU Munich, Germany

Bruck am Ziller, June 2012

Übersicht der GPS Satelliten (Global Positioning System)

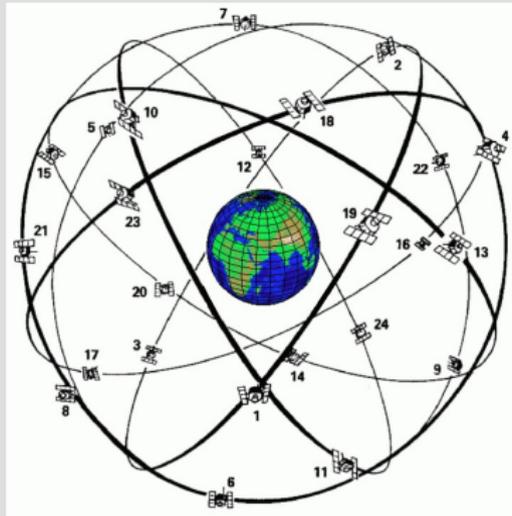


Abbildung : Urs Hugentobler, TUM, Satellitengeodäsie, Präsentation, Innsbruck, April 2008

GNSS (Globalen Navigationsatallitensysteme)

Anzahl Total: 71 (2012), geplant ca.100 Satelliten

Übersicht der GNSS (Globalen Navigationsatallitensysteme)

GPS, Amerika,	32,	$h = 20.200\text{km}$,	$i = 55^\circ$
GLONASS, Russia,	24,	$h = 19.100\text{km}$,	$i = 65^\circ$
GALILEO, EUROPE,	2-30,	$h = 23.200\text{km}$,	$i = 56^\circ$
COMPASS, CHINA,	9,	$h = 21.500\text{km}$,	$i = 55^\circ$
QZSS, JAPAN,	3,	$h = 35.000\text{km}$,	$i = 45^\circ$

Fakten und Problematiken

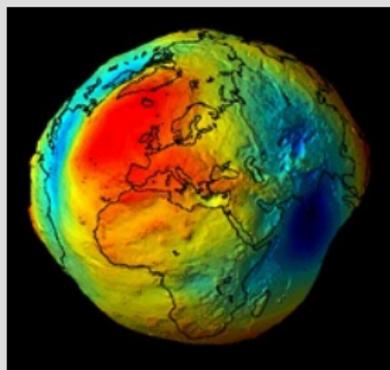
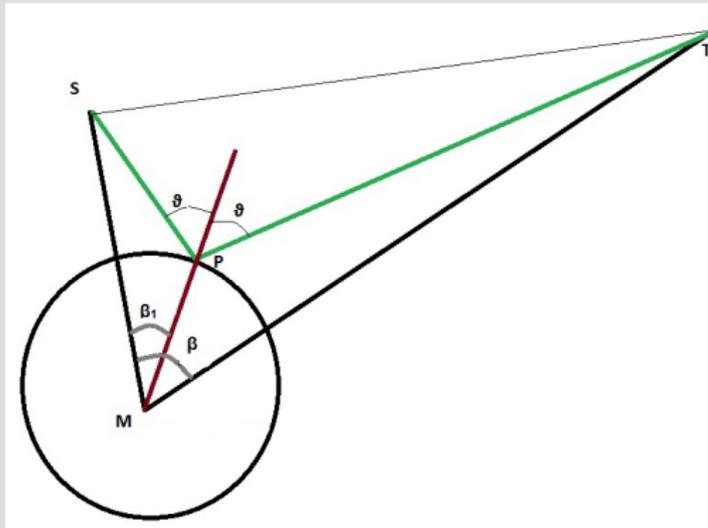


Abbildung : TUM, Satellitengeodäsie Homepage

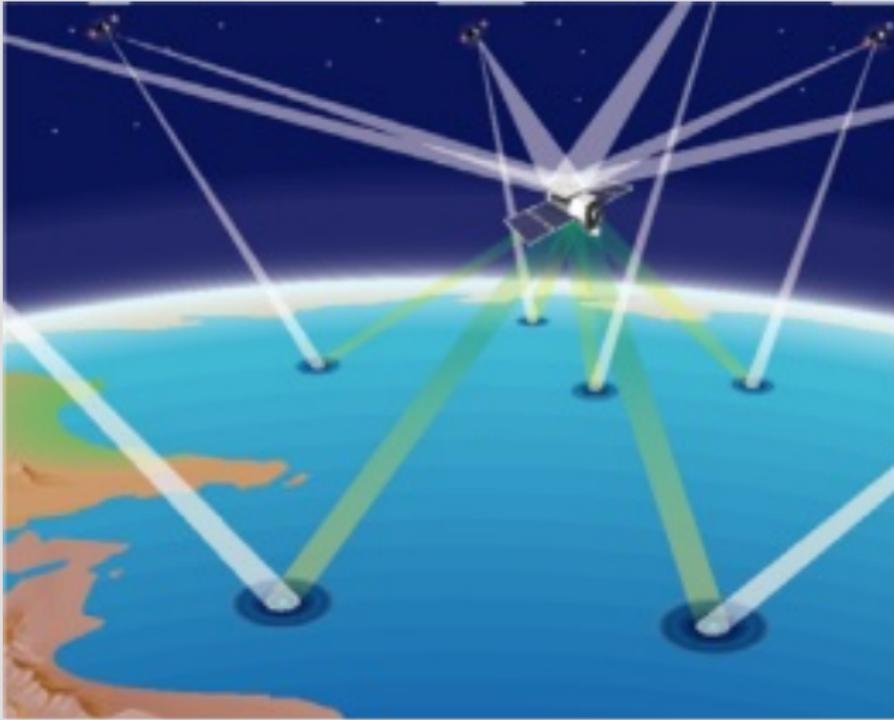
- Erdabplattung, Erde ist ein Geoid (\Rightarrow 24.000m)
Satelliten-Bahnfehler pro Tag pro GPS-Satellit
- Mond- und Sonnen-Anziehung (\Rightarrow ca. 3.000m)
- Mond-, Planeten- und Sonnen-Anziehung bzgl. der Erde (\Rightarrow ca. 6cm)

Der Reflexionspunkt P



Definition: Sei ϑ_1 der Winkel zwischen einem signalabwerfenden Körper T und einer reflektierenden Oberfläche E, und ϑ_2 der Winkel zwischen E und einem reflexion-empfangenden Körper S. Dann ist der Reflexionspunkt $P \in E$, so dass $\vartheta_1 = \vartheta_2$.

Der Reflexionspunkt P



Bestimmung von P mit den Winkeln β und β_1

$T \& S \longrightarrow \beta \xrightarrow{\text{numerisch}} \xrightarrow{\text{analytisch}} \beta_1 \longrightarrow P$

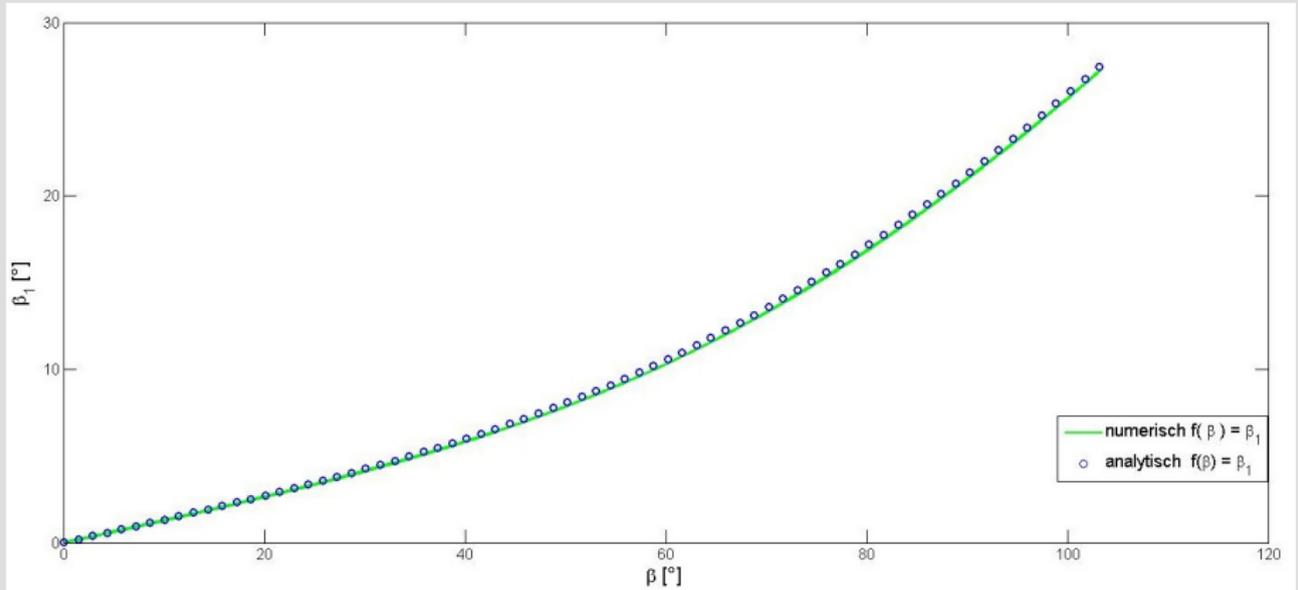
$\sphericalangle \beta \xrightarrow{\text{Gleichung 4. Grades}} \sphericalangle \beta_1$

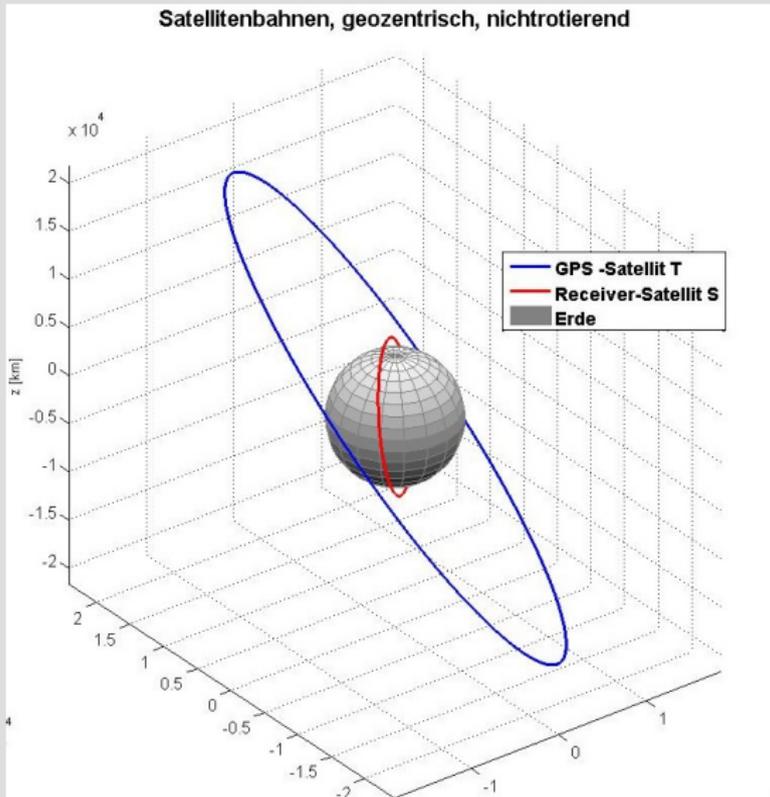
$$\alpha x^4 + \tau x^3 + \kappa x^2 + \nu x + \delta = 0$$

$$\alpha, \tau, \kappa, \nu, \delta = f(R, r_T, r_S, \beta)$$

$$\beta_1 = 2 \cdot \arctan(x).$$

Funktion $f(\beta) = \beta_1$





T, S, S* und P auf einer Kugel

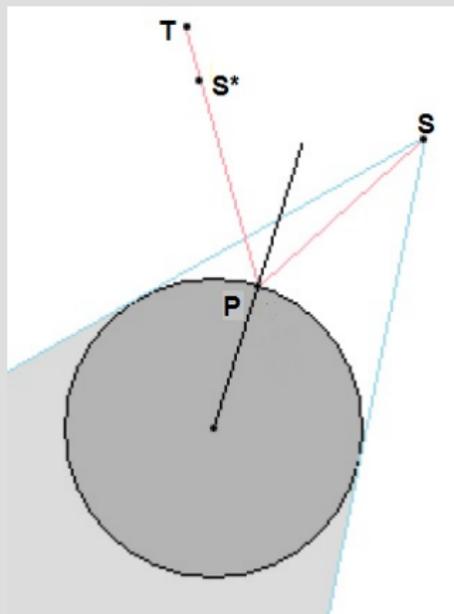


Abbildung : David Eberly, Paper Computing a Point of Reflection on a Sphere", geometrictools, March 2008

Bestimmung von P mit dem Kreuzprodukt (1)

$$T \& S \quad \rightarrow \quad S^* \quad \xrightarrow{\text{Kreuzprodukt}} \quad P$$

Annahme: $P = xT + yS$

$$R = 1 \quad \Rightarrow$$

$$1 = P \cdot P = x^2 T \cdot T + 2xy T \cdot S + y^2 S \cdot S$$

$$T \nparallel S \quad \Rightarrow \quad T \times S \neq 0$$

$$(T - P) \parallel (S^* - P) \quad \Rightarrow \quad (T - P) \times (S^* - P) = 0$$

Bestimmung von P mit dem Kreuzprodukt (2)

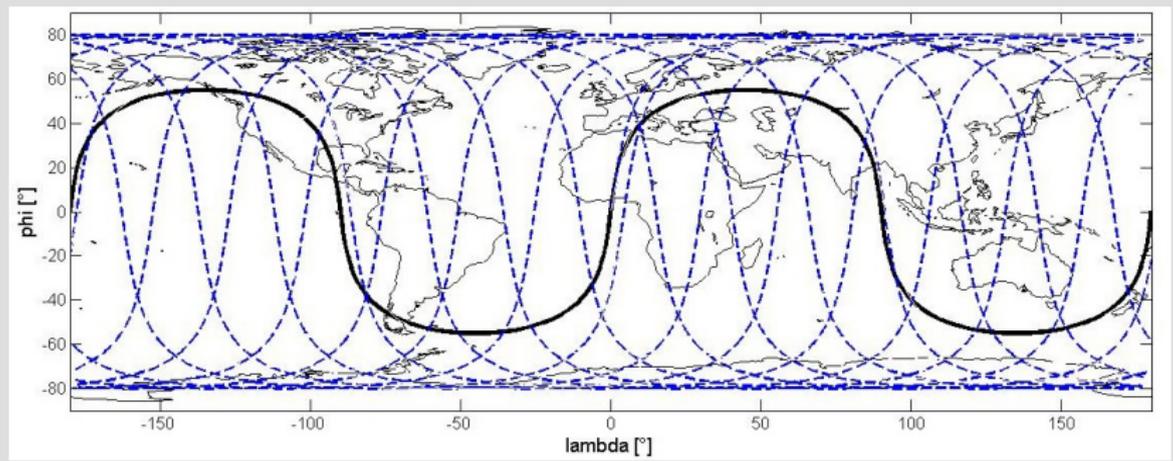
$$T \& S \quad \rightarrow \quad S^* \quad \xrightarrow{\text{Kreuzprodukt}} \quad P$$

$$\Rightarrow \quad \xi y^4 - \zeta y^3 + \mu y^2 + \lambda y + \eta = 0$$

$$(\varphi y + 1)x + \vartheta y^2 - y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad P = x \cdot T + y \cdot S$$

Transmitter T, Empfänger S Satelliten auf quadratischer Platkarte



Reflexionspunkt P, Transmitter T & Empfänger S - Spurenpunkte auf quadratischer Platkarte

